Μοντέλο Μεικτής Μάθησης για τα Μαθηματικά της Γ’ Λυκείου

Ιωάννης Σαράφης, sarafis@kalamari.gr
Αθανάσιος Πέρδος, perdos@kalamari.gr
Χριστίνα Τίκβα, tikva@kalamari.gr
Ελληνογαλλική Σχολή “Καλαμαρί”
Γεωργικής Σχολής 44, Πυλαία, Θεσσαλονίκη

Περίληψη

Η παρούσα μελέτη παρουσιάζει μία πρόταση εκπαιδευτικής διαδικασίας (μοντέλο μεικτής μάθησης) για το μάθημα των Μαθηματικών Κατεύθυνσης της Γ΄ Λυκείου. Το συγκεκριμένο υβριδικό εκπαιδευτικό περιβάλλον ορίζεται ως ο συνδυασμός της παραδοσιακής εκπαιδευτικής διαδικασίας με τη χρήση των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών. Το μοντέλο που υιοθετήσαμε βασίζεται στους εξής άξονες: ομαδικό σχέδιο μάθησης, αυστηρό χρονοδιάγραμμα, μαθησιακό υλικό (ηλεκτρονικής και συμβατικής μορφής), φυσική τάξη, ανάρτηση εκπαιδευτικού υλικού στο διαδίκτυο, εργαστήρια και αξιολόγηση. Σκοπός του μοντέλου είναι μία αυτορυθμιζόμενη μάθηση κατά την οποία ο μαθηματικός, ξεπερνώντας τον παραδοσιακό του ρόλο, μετατρέπεται στην ουσία σε μέσο ανακάλυψης και κατάκτησης της γνώσης για τους μαθητές. Η πρότασή μας αποσκοπεί να ενεργοποιήσει το σύγχρονο μαθηματικό να υιοθετήσει τις ΤΠΕ σε συνδυασμό με τις παραδοσιακές μεθόδους διδασκαλίας αλλά και να αποκτήσει μια διεπιστημονική θεώρηση στην εκπαιδευτική διαδικασία.

Πλεονεκτήματα μεικτής μάθησης

Με τον όρο μεικτή μάθηση εννοούμε τη διαδικασία εκπαίδευσης όπου μέθοδοι διδασκαλίας από απόσταση αλληλοσυμπληρώνονται με μεθόδους παραδοσιακής διδασκαλίας σε μία φυσική τάξη. Ένας διδάσκοντας λοιπόν μπορεί να χρησιμοποιήσει εκπαιδευτικό υλικό τόσο σε ηλεκτρονική μορφή αλλά και διαλέξεις πρόσωπο με πρόσωπο με τους εκπαιδευόμενους.

Οι λόγοι που μας οδήγησαν στην υιοθέτηση του υβριδικού μοντέλου της μεικτής μάθησης για ένα τόσο κρίσιμο μάθημα όπως τα μαθηματικά κατεύθυνσης της Γ’ Λυκείου είναι οι εξής:

- Συνδυάζεται η πρόσωπο με πρόσωπο διδασκαλία με τη μάθηση μέσω διαδικτύου, μειώνοντας έτσι το χρόνο παρακολούθησης στη φυσική τάξη. Οι διδακτικές λειτουργίες της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης βασίζονται κυρίως στο «μοντέλο επεξεργασίας της πληροφορίας» σε αντίθεση με το «μοντέλο μεταβίβασης της πληροφορίας» που παραδοσιακά συνάδει με τη συμβατική εκπαίδευση. Οι κυριότερες διδακτικές λειτουργίες ή στρατηγικές που φαίνεται να είναι αποτελεσματικές στο πεδίο της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης είναι η συνεργατική, η ενεργητική, η εποικοδομητική και η εξατομικευμένη μάθηση.

- Αναμιγνύεται η πρόσωπο με πρόσωπο διδασκαλία με την ηλεκτρονική μάθηση με τέτοιο τρόπο ώστε η μια μέθοδος να στηρίζει λειτουργικά την άλλη.

Έτσι παρέχεται η δυνατότητα να συνδυαστούν μορφές δικτυακής τεχνολογίας με διάφορες παιδαγωγικές προσεγγίσεις. Η μεικτή μάθηση μπορεί καλύτερα να καλύψει ποικίλες ανάγκες και ενδιαφέροντα, αφού μπορεί να προσφέρει «κατάλληλο περιεχόμενο στην κατάλληλη μορφή την κατάλληλη στιγμή». Επίσης δίνει τη δυνατότητα να αντιμετωπιστούν προβλήματα τα οποία απορρέουν από τη συνθετότητα της πραγματικής ζωής (διαφορετικός χειρισμός καταστάσεων) και δεν μπορούν να καλυφθούν μόνο με την ηλεκτρονική μάθηση.

Η μεικτή μάθηση λοιπόν δεν απορρίπτει καμία μέθοδο εκπαίδευσης, αλλά αναμειγνύει τις μεθόδους και τις τεχνικές κατάλληλα, ώστε ανάλογα με τις συγκεκριμένες ανάγκες εκπαίδευσης να αξιοποιούνται όλες οι διαθέσιμες μέθοδοι και τεχνικές, στην κατάλληλη αναλογία με στόχο τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα.

Η συγκεκριμένη πρόταση βασίζεται στην εμπειρία που έχουμε αποκομίσει σε θέματα εξ αποστάσεως διδασκαλίας με τη χρήση διαδικτυακού ιστοτόπου για την ανάρτηση ψηφιακού εκπαιδευτικού υλικού αλλά και με την υλοποίηση τηλεδιασκέψεων για μαθητές Β'θμιας εκπαίδευσης. Στην εμπειρία αυτή σε συνδυασμό με την πολύχρονη διδασκαλία σε φυσική τάξη βασίζεται το μοντέλο μεικτής μάθησης που παρουσιάζεται.

Μοντέλο μεικτής μάθησης

Για τη μεικτή μάθηση θα λέγαμε ότι δεν υπάρχει ολοκληρωμένη θεωρία στη βάση της οποίας να είναι δυνατός ο σχεδιασμός μαθημάτων (Derntl και Motsching-Pitrik, 2004). Παρόλα αυτά υπάρχουν όμως αξιόλογες προσπάθειες τόσο ελληνικές όσο και διεθνείς οι οποίες προτείνουν μοντέλα στο πλαίσιο της μεικτής μάθησης. Το μοντέλο που εμείς υιοθετήσαμε και παραλλάξαμε είναι το Skill-driven model (Valiathan 2002) και αποσκοπεί στην ανάπτυξη δεξιοτήτων και ανάπτυξη συγκεκριμένης γνώσης. Η επιλογή του μοντέλου έγινε διότι περιλαμβάνει τεχνικές οι οποίες δημιουργούν ένα αυστηρό ομαδικό σχέδιο μάθησης, περιλαμβάνουν διαλέξεις του διδάσκοντα αλλά και προσωπική επαφή με κάθε μαθητή, χρησιμοποιούν εργαστήρια υπολογιστών για σύγχρονη και ασύγχρονη μάθηση, παρέχουν υποστήριξη στους μαθητές μέσω διαδικτύου ή ηλεκτρονικής αλληλογραφίας.

Το μοντέλο που προτείνουμε περιλαμβάνει:

- ομαδικό σχέδιο μάθησης
- αυστηρό χρονοδιάγραμμα
- μαθησιακό υλικό:
    - ηλεκτρονικής μορφής
    - συμβατικής μορφής
- φυσική τάξη
- ανάρτηση εκπαιδευτικού υλικού στο διαδίκτυο
- εργαστήρια
- αξιολόγηση

Αναλυτικότερα για όλα τα παραπάνω η πρότασή μας περιλαμβάνει τα εξής:

- Δημιουργία ενός ομαδικού σχεδίου μάθησης βασισμένου στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών του Υπουργείου. Το συγκεκριμένο σχέδιο έχει ως στόχο ο «μέσος» μαθητής να καλύψει όλες τις απαιτήσεις του μαθήματος. Συχνά μέσα σε μία τάξη το επίπεδο των μαθητών διαφέρει. Έτσι παρατηρούνται φαινόμενα κάποιοι μαθητές να περιθωριοποιούνται ή κάποιοι άλλοι να μην ενδιαφέρονται. Για την εξάλειψη αυτών των φαινομένων το σχέδιο μάθησης προβλέπει την ανάρτηση εκπαιδευτικού υλικού με κλιμακούμενο βαθμό δυσκολίας έτσι ώστε ο κάθε μαθητής να βρίσκει ενδιαφέρον στην εκπαιδευτική διαδικασία και ταυτόχρονα να κατακτά τη γνώση.
- Λόγω της πίεσης κάλυψης συγκεκριμένης ύλης σε αυστηρά ορισμένο χρόνο απαιτείται αυστηρό χρονοδιάγραμμα το οποίο πρέπει να τηρηθεί αυστηρά. Το χρονοδιάγραμμα άλλωστε απαιτείται να κατατεθεί στην αρχή της χρονιάς και από το ΥΠΕΠΘ. Η δημιουργία του χρονοδιαγράμματος είναι πάρα πολύ σημαντική για την επιτυχία του μοντέλου. Το χρονοδιάγραμμα βασίζεται τόσο στο βιβλίο του καθηγητή, όπου αναφέρονται και οι διδακτικοί στόχοι, αλλά και στην εμπειρία του καθηγητή μαθηματικών ο όποιος ανάλογα με την ενότητα κρίνει αν θα πρέπει να αφιερώσει περισσότερο ή λιγότερο χρόνο.

- Η δημιουργία μαθησιακού υλικού τόσο συμβατικού αλλά και πολύ περισσότερο ηλεκτρονικού είναι βασικό στοιχείο του μοντέλου. Η διάρθρωση του μαθησιακού υλικού παρουσιάζεται στη συνέχεια.
- Στη φυσική τάξη, θα πρέπει να παρουσιάζονται οι έννοιες του μαθήματος στο πλαίσιο μιας καλά δομημένης εισαγωγικής διάλεξης που θα περιλαμβάνει:
    - Τις κυριότερες έννοιες της ενότητας του μαθήματος της ημέρας.
    - Παρουσίαση μεθοδολογίας επίλυσης ασκήσεων.
    - Επίλυση ασκήσεων.
    - Χρόνο για ερωτήσεις και απορίες των μαθητών.

  Για λόγους εξοικονόμησης χρόνου προτείνεται η δημιουργία ψηφιακού υλικού το οποίο μπορεί να παρουσιάζεται μέσω βίντεο – προβολέα ή ακόμη καλύτερα μέσω διαδραστικού πίνακα. Είναι διαπιστωμένο ότι κερδίζεται αρκετός χρόνος, όταν ο καθηγητής δε γράφει συνεχώς στον πίνακα. Βέβαια, επειδή δεν είναι δυνατή η ύπαρξη του κατάλληλου τεχνολογικού εξοπλισμού σε όλα τα σχολεία, ο κλασσικός πίνακας με τη σωστή χρήση του χρονοδιαγράμματος μπορεί να καλύψει τις ανάγκες του μαθήματος.
- Σημαντικότατο ρόλο στην επιτυχία του μοντέλου παίζει η ανάρτηση στο διαδίκτυο ηλεκτρονικού ψηφιακού υλικού που θα πρέπει να περιλαμβάνει
    - Αναλυτική Θεωρία
    - Υποδειγματικά λυμένες ασκήσεις
    - On-line tests αυτό – αξιολόγησης σε μορφή ερωτήσεων πολλαπλής επιλογής.
    - Αποδείξεις και Προβλήματα προς λύση. Υπάρχει βέβαια εκτενής λύση με τη μορφή βημάτων έτσι ώστε ο μαθητής να έχει τη κατάλληλη βοήθεια, αν δεν μπορεί να ολοκληρώσει μόνος του την απόδειξη ή τη λύση του προβλήματος.

  Η διάρθρωση των on-line tests και των λύσεων των αποδείξεων και των προβλημάτων είναι πολύ σημαντική για την άλλη παράμετρο του μοντέλου, την αξιολόγηση
- Εφόσον είναι εφικτή η χρήση του εργαστηρίου υπολογιστών, μπορούν οι μαθητές να χρησιμοποιήσουν το διαδίκτυο, ώστε να εργαστούν με το αναρτημένο ψηφιακό υλικό έχοντας ταυτόχρονα και την παρουσία του διδάσκοντα. Έτσι μπορούν να ελέγξουν τη πρόοδό τους αλλά ταυτόχρονα να αξιολογήσουν και την αφομοίωση

των γνώσεών τους. Φυσικά πέρα από το εργαστήριο του σχολείου, ένας μαθητής μπορεί να έχει πρόσβαση στο υλικό και από το σπίτι του. Με τη χρήση του εργαστηρίου ο διδάσκοντας αφήνοντας τους μαθητές να εργαστούν μόνοι τους ή σε ομάδες (συνεργατική μάθηση), μπορεί να έχει χρόνο για συνεδρίες με κάθε ένα μαθητή ξεχωριστά, εφόσον αυτό απαιτείται. Άρα το μοντέλο της μεικτής μάθησης μπορεί καλύτερα να καλύψει ποικίλες ανάγκες και ενδιαφέροντα, αφού μπορεί να προσφέρει «κατάλληλο περιεχόμενο στην κατάλληλη μορφή την κατάλληλη στιγμή». Όμως ακόμη και αν δεν είναι δυνατή η χρήση του εργαστηρίου, μέσα στη φυσική τάξη μπορούν να δοθούν εργασίες σε ομάδες μαθητών ανάλογα με το επίπεδο γνώσης τους, ώστε να μείνει χρόνος για επαφή πρόσωπο με πρόσωπο με κάποιους άλλους μαθητές οι οποίοι χρήζουν περισσότερης προσοχής.

- Η αξιολόγηση των μαθητών υλοποιείται με δύο μορφές
    - Αξιολόγηση από το διδάσκοντα με τη μορφή διαγωνισμάτων (ολιγόλεπτων ή ωριαίων στη τάξη).
    - Αυτό – αξιολόγηση των μαθητών μέσω των on-line tests αντικειμενικού τύπου αλλά και των βηματικών λύσεων που υπάρχουν στο διαδίκτυο και αφορούν αποδείξεις και προβλήματα. Τα on-line tests είναι έτσι δομημένα έτσι ώστε για κάθε ερώτηση κλειστού τύπου να παρέχεται και αναλυτική λύση. Επίσης κάθε φορά που εκτελείται κάποιο τεστ, τόσο η σειρά των ερωτήσεων όσο και η σειρά των απαντήσεων αλλάζει, ώστε να επιτευχθεί καλύτερη εξάσκηση αλλά και αξιολόγηση. Επιπλέον στις αποδείξεις όπου η λύση είναι διαρθρωμένη σε βήματα, αν ο μαθητής δε γνωρίζει τι πρέπει να κάνει, τα βήματα εμφανίζονται ένα – ένα.

Θεωρούμε πολύ σημαντική την αυτό – αξιολόγηση των μαθητών για τους εξής λόγους:

- Δεν υπάρχει πίεση για τους μαθητές, όταν εκτελούν κάποιο διαδικτυακό διαγώνισμα και έτσι μπορούν να ανατρέξουν στο εκπαιδευτικό υλικό και να αναζητήσουν τη λύση.
- Μπορούν να συνεργαστούν με συμμαθητές τους.
- Μπορούν να αναπληρώσουν ελλείψεις και παραλείψεις από το μάθημα της φυσικής τάξης.

Έτσι ανακαλύπτουν οι ίδιοι τη γνώση, αλλά ταυτόχρονα αφομοιώνουν καλύτερα και τις έννοιες.

Ανάπτυξη ηλεκτρονικού εκπαιδευτικού υλικού

Θα πρέπει να αναφέρουμε ότι τα on – line test αξιολόγησης δημιουργήθηκαν σε μορφή ερωτήσεων πολλαπλής επιλογής με το ελεύθερο λογισμικό hot – potatoes το οποίο παράγει τεστ σε μορφή ιστοσελίδας. Η λύση των αποδείξεων και των προβλημάτων αναπτύχθηκε για το διαδίκτυο πάλι σε μορφή html όπου, όπως προαναφέρθηκε, με κατάλληλες υπερσυνδέσεις επιτυγχάνεται η βηματική επίλυση (παρουσίαση ενός βήματος κάθε φορά). Στο παράρτημα παρουσιάζονται παραδείγματα ιστοσελίδων που περιέχουν συνοπτική θεωρία, on – line test και βηματική απόδειξη.

Αξίζει να σημειωθεί πως απαιτείται από το μαθηματικό η προετοιμασία του εκπαιδευτικού υλικού, κυρίως του ηλεκτρονικού, μια δύσκολη και επίπονη εργασία, γιατί περιλαμβάνονται μεγάλος αριθμός σχημάτων και εξισώσεων. Η σχεδίαση και ολοκλήρωση του εκπαιδευτικού υλικού απαιτεί εργασία πολλών ωρών. Για παράδειγμα υπολογίστηκε ότι για μία διάλεξη διάρκειας μίας ώρας και το συνοδευτικό εκπαιδευτικό υλικό για το διαδίκτυο απαιτήθηκαν περίπου 6 με 7 ώρες προετοιμασίας. Ο χρόνος αυτός είναι αποδεκτός στο πλαίσιο μιας μελέτης, αλλά γίνεται αντιληπτό ότι η καθημερινή προετοιμασία του μαθήματος κατ’ αυτόν τον τρόπο καθίσταται ιδιαίτερα δύσκολη, αν όχι ανέφικτη. Παρόλα αυτά με την καθοδήγηση και τη βοήθεια των εκπαιδευτικών της πληροφορικής, η διαδικασία αυτή απλοποιείται σημαντικά. Μία πρόταση, η οποία προάγει και τη διεπιστημονικότητα στο σχολείο, είναι να ετοιμάζεται το ψηφιακό υλικό στο πλαίσιο του μαθήματος επιλογής της πληροφορικής. Έτσι και το μάθημα της πληροφορικής αποκτά στόχο και γίνεται ενδιαφέρον αλλά και οι μαθητές έχουν μία ανατροφοδότηση των γνώσεών τους στα μαθηματικά. Η συγκεκριμένη πρόταση για τη δημιουργία του ψηφιακού υλικού υλοποιήθηκε την προηγούμενη σχολική χρονιά από μαθητές της Γ’ Λυκείου.

Συμπεράσματα – Μελλοντική Εργασία

Το μοντέλο μεικτής μάθησης που παρουσιάστηκε θα εφαρμοστεί φέτος με συνεργασία των καθηγητών μαθηματικών, πληροφορικής και των μαθητών της Γ΄ Λυκείου. Σκοπός είναι να δούμε πως εφαρμόζεται το μοντέλο στην πράξη, αν επιτυγχάνονται οι στόχοι του αλλά και ποια είναι η αντίδραση των μαθητών σε μία διαφορετική εκπαιδευτική διαδικασία. «Το ερώτημα λοιπόν δεν είναι κατά πόσο πρέπει να αναμίξουμε στρατηγικές. Το ερώτημα είναι μάλλον ποια είναι τα συστατικά για να πετύχουμε μία αποτελεσματική μίξη» (Carman, 2002). Μέσα στους στόχους μας είναι επίσης και η ανάπτυξη μιας εκπαιδευτικής πλατφόρμας βασισμένης πιθανότητα στο moodle ή το claroline, η οποία θα μας δώσει τη δυνατότητα καλύτερης διαχείρισης και ελέγχου των μαθητών και της εργασίας τους στο διαδίκτυο αλλά και τη δυνατότητα της δημιουργίας μαθημάτων SCORM.

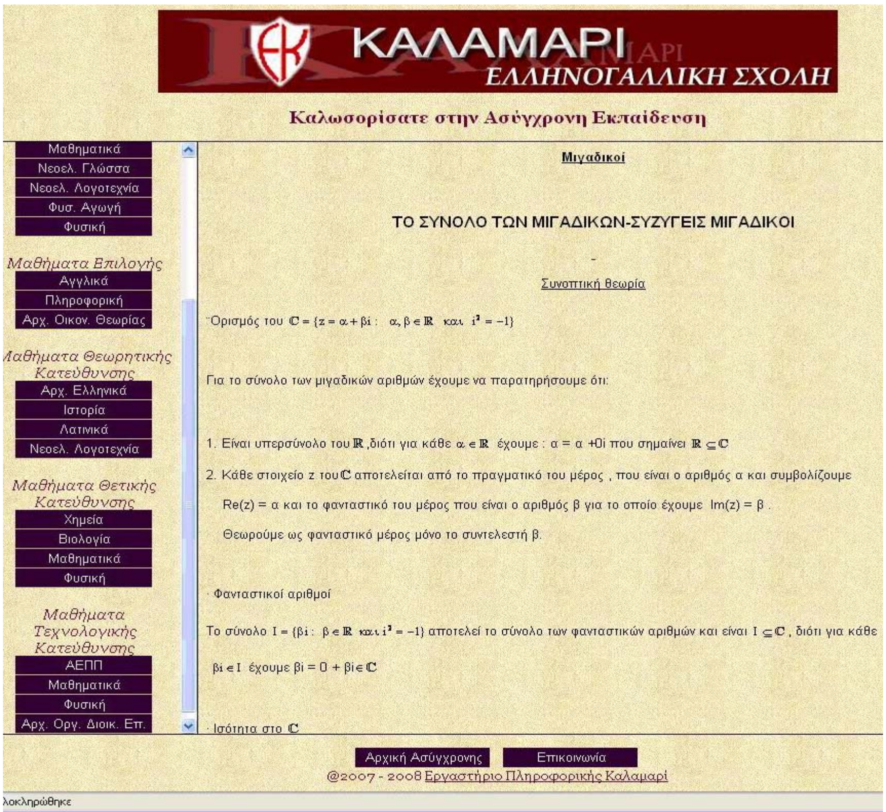
Βιβλιογραφία

1. Αναστασιάδης, Π. (2001). Ανοιχτή και εξ αποστάσεως εκπαίδευση: «Οργουελικό περιβάλλον και εκπαιδευτικές ψηφιακές οντότητες υβριδικού τύπου». 1ο Πανελλήνιο Συνέδριο εξ Αποστάσεως Εκπαίδευσης. Πάτρα.
2. Λιοναράκης, Α. (2000). «Εξ αποστάσεως και συμβατική εκπαίδευση: συγκλίνουσες ή αποκλίνουσες δυνάμεις», στο: Παράλληλα Κείμενα, Ανοικτή και εξ αποστάσεως εκπαίδευση. Πάτρα: Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο.
3. Derntl, M., & Motsching, P.(2005). The role of structure, patterns and people in blended learning, Internet and Higher Education, Vol. 8, pp.111-130.
4. Marc Rosenberg (2002) Performance Improvement Journal, v42(3), March 2003, pages 38-41
5. Βασιλού-Παπαγεωργίου, Β. (2001). «Η Διδασκαλία στην Ανοικτή και εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση: Η ανάδειξη νέων ρόλων και οι τρόποι διαχείρισής τους». 1ο Πανελλήνιο Συνέδριο εξ Αποστάσεως Εκπαίδευσης. Πάτρα.
6. http://moodle.org/
7. http://www.claroline.net/
8. Πέρδος Α., Μανιτσάρης Σ., Συρρής Β. Μέθοδοι και Μοντέλα Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευσης σε Μαθητές Γυμνασίου Λυκείου και Αξιολόγησή τους, 4ο Συνέδριο ΕΤΠΕ, Αθήνα, Σεπτέμβριος 2004
9. Θρησκευτικά και πληροφορική, συμπεράσματα και αξιολόγηση ενός εναλλακτικού τρόπου διδασκαλίας Παυλίδης Σ, Πέρδος Α, Μανιτσάρης Σ, 3ο Συνέδριο Σύρου στις ΤΠΕ, Σύρος, Μάιος 2005
10. Σαράφης Ι., Πέρδος Α., Μαθηματικά και Πληροφορική: Διδακτική αξιοποίηση του διαδικτύου για τη μελέτη και την αυτό-αξιολόγηση των μαθητών, ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΒΔΟΜΑΔΑ 2008 Θεσσαλονίκη.
11. A. Perdos, Ch. Tikva, V. Syrris, I. Sarafis, S. Pavlidis EVALUATION OF AN ASYNCHRONOUS AND A SYNCHRONOUS TEACHING PROCESS BASED ON WORLD

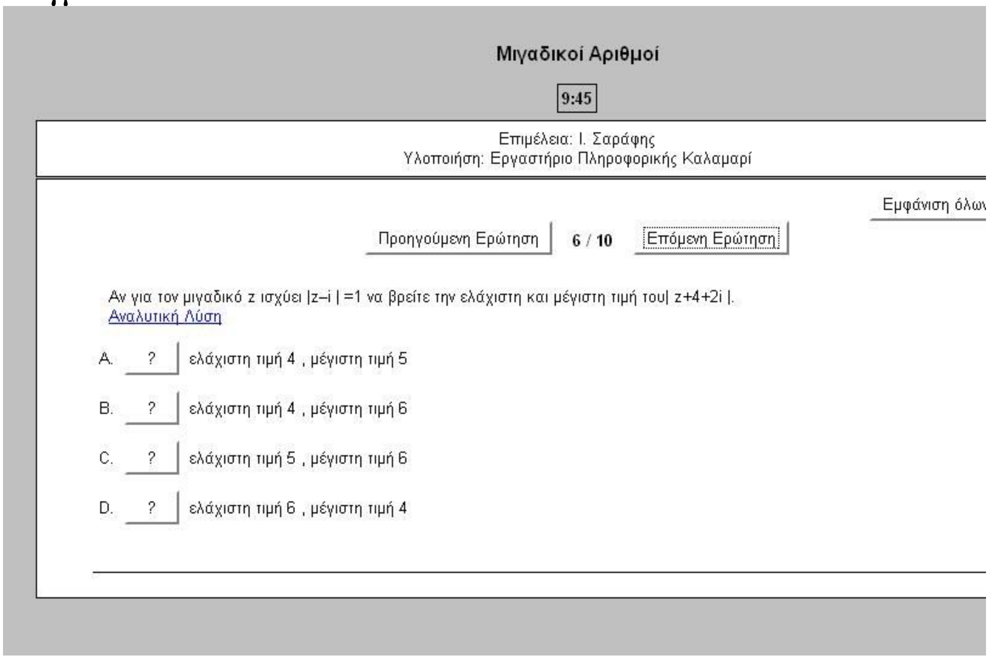
WIDE WEB AND VIDEOCONFERENCING FOR HIGH SCHOOL STUDENTS, ICIETE Samos 2008
12. C. Tikva, A. Perdos, I. Sarafis, Mathematics and Information Technology. Instructive Exploitation of Internet for the Study and the Self-assessment of Students ICIETE Samos 2009
13. Derntl και Motsching-Pitrik, Patterns for blended, Person-Centered learning: strategy, concepts, experiences, and evaluation. Proceedings of the 2004 ACM symposium on Applied computing
14. Valiathan, P. (2002). Blended Learning Models, e-paper, διαθέσιμο στο http://www.astd.org/LC/2002/0802_valiathan.htm [6/6/2009]
15. Carman 2002, Blending learning design, five key ingredients διαθέσιμο στο http://www.agilantlearning.com/pdf/Blended%20Learning%20Design.pdf [10/6/2009]

Παράρτημα

Δείγμα Συνοπτικής Θεωρίας **Εικόνα 1**



Δείγμα on-line test



Εικόνα 2

1^{ος} τρόπος

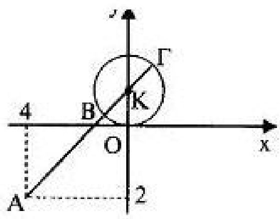
Έχουμε $|z + 4 + 2i| = |(z - i) + (4 + 3i)| \le |z - i| + |4 + 3i| = 1 + 5 = 6$

$|z + 4 + 2i| = |(z - i) + (4 + 3i)| \ge \big||z - i| - |4 + 3i|\big| = |1 - 5| = 4$.

Άρα $4 \le |z + 4 + 2i| \le 6$

2^{ος} τρόπος

Επειδή $|z - i| = 1$ η εικόνα Μ του z κινείται σε κύκλο με κέντρο Κ(0,1) και ακτίνα $\rho = 1$.
Επίσης $|z + 4 + 2i| = |z - (-4 - 2i)| = (MA)$ όπου Α(-4,-2) .
Επομένως η ελάχιστη τιμή του $|z + 4 + 2i|$ είναι
$(AB) = (AK) - \rho = 5 - 1 = 4$
και η μέγιστη τιμή του $|z + 4 + 2i|$ είναι
$(A\Gamma) = (AK) + \rho = 5 + 1 = 6$. Άρα $4 \le |z + 4 + 2i| \le 6$



Εικόνα 3

Δείγμα απόδειξης

Να αποδείξετε ότι για κάθε $x\in(0,+\infty)$ ισχύει $x^e \cdot e^{\frac{1}{x}} \geq 1$.

Λύση :

Βήμα 1

Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x)=x^e \cdot e^{\frac{1}{x}}$, $x\in(0,+\infty)$, η οποία είναι παραγωγίσιμη στο $(0,+\infty)$

με

$$f'(x)=\left(x^e \cdot e^{\frac{1}{x}}\right)'=\left(x^e\right)'\cdot e^{\frac{1}{x}}+x^e\cdot\left(e^{\frac{1}{x}}\right)'=ex^{e-1}\cdot e^{\frac{1}{x}}+x^e\cdot e^{\frac{1}{x}}\cdot\left(\frac{1}{x}\right)'=ex^{e-1}\cdot e^{\frac{1}{x}}-x^e\cdot e^{\frac{1}{x}}\cdot\frac{1}{x^2}=\frac{x^e e^{\frac{1}{x}}}{x^2}(ex-1)$$

Βήμα 2

Είναι φανερό ότι το πρόσημο της f' εξαρτάται από το πρόσημο της παράστασης (ex-1).

Είναι $f'(x)>0 \Leftrightarrow ex-1>0$ και $x>0 \Leftrightarrow x>\frac{1}{e}$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow ex-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{e}$

x	0		1/e		$+\infty$
f′		-	0	+	
f		$\searrow$		$\nearrow$	

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x=\frac{1}{e}$ το $f\left(\frac{1}{e}\right)=\left(\frac{1}{e}\right)^e\cdot e^e=1$

Βήμα 3

θα αποδείξουμε ότι το 1 είναι το ολικό ελάχιστο της f.

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $\left(0,\frac{1}{e}\right]$, οπότε για κάθε $x\in\left(0,\frac{1}{e}\right]$ είναι $f(x)\geq f\left(\frac{1}{e}\right)$. Ακόμη η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $\left[\frac{1}{e},+\infty\right)$, οπότε για κάθε $x\in\left[\frac{1}{e},+\infty\right)$ είναι $f(x)\geq f\left(\frac{1}{e}\right)$. Τελικά για κάθε $x\in(0,+\infty)$

ισχύει: $f(x)\geq f\left(\frac{1}{e}\right)\Leftrightarrow f(x)\geq 1\Leftrightarrow x^e\cdot e^{\frac{1}{x}}\geq 1$